

4. pismeni ispit

Predmet: Matematičke metode fizike 1

08.07.2011.



1. (20) Ako su $\Phi = r \sin(\varphi^2 - \theta)$; $\vec{F} = r^{\cos \varphi} \hat{r} + r^3 \hat{\theta} + \sin(2\varphi\theta) \hat{\varphi}$; $\vec{G} = \sqrt{x^2 + yz} \hat{k}$; $\vec{E} = \sin^2 \varphi \hat{\rho}$ odredite:

(a) $\nabla\Phi$; (b) $\nabla\vec{F}$; (c) $\nabla(\nabla \times \vec{G})$; (d) $\nabla \times \vec{E}$.

2. (20) Odredite tok polja

$$\vec{F} = 4x\hat{i} + 3y\hat{j} - 2z\hat{k}$$

kroz plohu $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

3. (20) Tlak zraka na površini u području $(-2 \text{ km} < x < 3 \text{ km}, -2 \text{ km} < y < 3 \text{ km})$ našeg referentnog sustava ovisno o koordinatama položaja iznosi

$$p(x, y) = 1.01 \text{ bar} + (x^3 + y^3) \text{ km}^{-3} \text{ Pa} - 3xy \text{ km}^{-2} \text{ Pa}$$

Odredite točke u kojima tlak poprima lokalne maksimume i minimume te iznose tlaka u tim točkama.

4. (20) Dokažite: Ako je rang tenzora \vec{A} i \vec{B} naznačen brojem indeksa u relacija, $K_{ij}A_k = B_{ijk}$ koja vrijedi u svim (zarotiranim) Kartezijevim sustavima, tada je \vec{K} tenzor ranga 2.

5. (20) Odredite moment inercije homogenog tijela gustoće χ u obliku jabuke. Tijelo (slika lijevo), koje zatvara ploha izražena u sfernim koordinatama

$$r = 1 - \cos \vartheta,$$

dobiveno je rotacijom krivulje (slika desno) oko z-osi.

